

TRIBUNAL DE CONTAS DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

CARGO 11: AUDITOR DE CONTROLE EXTERNO – ESPECIALIDADE: ESTATÍSTICA

Prova Discursiva – Estudo de caso

Aplicação: 11/4/2026

PADRÃO DE RESPOSTA DEFINITIVO

Dada uma realização amostral $x_1, \dots, x_n$ extraída da distribuição de Laplace, a função de log-verossimilhança pode ser representada sob a forma $l(\mu, \sigma) = -n \ln(2) - n \ln(\sigma) - \sum_{i=1}^n \frac{|x_i - \mu|}{\sigma}$. Para se obter o EMV de μ , fixando-se σ , observe-se que maximizar $l(\mu, \sigma)$ equivale a minimizar $\sum_{i=1}^n |x_i - \mu|$. É um resultado clássico em que essa soma é minimizada pela mediana amostral, de modo que $\hat{\mu} = \text{mediana}(x_1, \dots, x_n)$. Logo, $\hat{\mu} = \text{mediana}(0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 10) = 2$.

Para se obter o EMV de σ , fixa-se μ e deriva-se a log-verossimilhança em relação a σ , $\frac{\partial l(\mu, \sigma)}{\partial \sigma} = -\frac{n}{\sigma} + \sum_{i=1}^n \frac{|x_i - \mu|}{\sigma^2}$. Igualando-se a zero, e combinando-se com a solução $\hat{\mu}$, obtém-se $\hat{\sigma} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \hat{\mu}|$. Os desvios absolutos em torno da mediana são 3, 1, 0, 1, 8, 0, 2, 2, 2, 1, cuja soma é 20. Assim, $\hat{\sigma} = 20/10 = 2$.

Para amostras grandes, os erros-padrão podem ser estimados pela teoria assintótica. No caso de $\hat{\mu}$, usa-se a distribuição assintótica da mediana amostral. Como a densidade da Laplace no ponto central vale $f(\mu) = 1/(2\sigma)$, obtém-se $\sqrt{n}(\hat{\mu} - \mu) \xrightarrow{D} N(0, \sigma^2)$, de modo que o erro-padrão assintótico de $\hat{\mu}$ é aproximadamente $\sigma/\sqrt{n}$, sendo usual substituí-lo por $\hat{\sigma}/\sqrt{n}$. Para $\hat{\sigma}$, pode-se usar a informação de Fisher ou a expansão assintótica do estimador; obtendo-se $\sqrt{n}(\hat{\sigma} - \sigma) \xrightarrow{D} N(0, \sigma^2)$, de modo que o erro-padrão assintótico de $\hat{\sigma}$ também é aproximadamente $\sigma/\sqrt{n}$, estimado na prática por $\hat{\sigma}/\sqrt{n}$. Logo, os erros-padrão de ambos são iguais a $2/\sqrt{10}$.

QUESITOS AVALIADOS

Quesito 2.1 – EMV de μ

Conceito 0 – Não apresentou a estimativa ou o fez de forma totalmente equivocada.

Conceito 1 – Apresentou a estimativa de forma parcialmente correta.

Conceito 2 – Apresentou corretamente a estimativa.

Quesito 2.2 – EMV de σ

Conceito 0 – Não apresentou a estimativa ou o fez de forma totalmente equivocada.

Conceito 1 – Apresentou a estimativa de forma parcialmente correta.

Conceito 2 – Apresentou corretamente a estimativa.

Quesito 2.3 – Erros-padrão desses estimadores para n grande

Conceito 0 – Não apresentou o cálculo de nenhum dos erros-padrão solicitados ou o fez de forma totalmente equivocada.

Conceito 1 – Apresentou corretamente o cálculo de apenas um dos erros-padrão solicitados.

Conceito 2 – Apresentou corretamente o cálculo de ambos os erros-padrão solicitados.