

# GOVERNO DO DISTRITO FEDERAL

SECRETARIA DE ESTADO DE GESTÃO  
ADMINISTRATIVA DO DISTRITO FEDERAL

Concurso Público

CARGO: PROFESSOR CLASSE "A"

ÁREA 12: COMPONENTE CURRICULAR  
MATEMÁTICA

Caderno Q

LEIA COM ATENÇÃO AS INSTRUÇÕES ABAIXO.

- 1 Ao receber este caderno, confira atentamente se o tipo de caderno — Caderno Q — coincide com o que está registrado em sua folha de respostas. Em seguida, verifique se ele contém cento e vinte itens, correspondentes às provas objetivas, corretamente ordenados de 1 a 120.
- 2 Caso o caderno esteja incompleto ou tenha qualquer defeito, solicite ao fiscal de sala mais próximo que tome as providências cabíveis.
- 3 Não utilize lápis, lapiseira, borracha e(ou) qualquer material de consulta que não seja fornecido pelo CESPE/UnB.
- 4 Não se comunique com outros candidatos nem se levante sem autorização do chefe de sala.
- 5 Recomenda-se não marcar ao acaso: em cada item, se a resposta divergir do gabarito oficial definitivo, o candidato receberá pontuação negativa, conforme consta em edital.
- 6 A duração das provas é de **três horas e trinta minutos**, já incluído o tempo destinado à identificação — que será feita no decorrer das provas — e ao preenchimento da folha de respostas.
- 7 Você deverá permanecer obrigatoriamente em sala por, no mínimo, uma hora após o início das provas e poderá levar o seu caderno de provas somente no decurso dos últimos **quinze minutos** anteriores ao horário determinado para o término das provas.
- 8 Ao terminar as provas, chame o fiscal de sala mais próximo, devolva-lhe a sua folha de respostas e deixe o local de provas.
- 9 A desobediência a qualquer uma das determinações constantes no presente caderno ou na folha de respostas poderá implicar a anulação das suas provas.

#### AGENDA (DATAS PROVÁVEIS)

- I 12/9/2006, após as 19 h (horário de Brasília) – Gabaritos oficiais preliminares das provas objetivas: Internet — [www.cespe.unb.br/concursos/sgaprof2006](http://www.cespe.unb.br/concursos/sgaprof2006) e quadros de avisos do CESPE/UnB.
- II 13, 14, 15, 18 e 19/9/2006 – Recursos (provas objetivas): no Sistema Eletrônico de Interposição de Recurso, Internet — [www.cespe.unb.br/concursos/sgaprof2006](http://www.cespe.unb.br/concursos/sgaprof2006), mediante instruções e formulários que estarão disponíveis nesse endereço, ou na Central de Atendimento do CESPE/UnB, conforme orientações contidas no Edital n.º 1/2006 – SGA/SEE, de 8/6/2006.
- III 13/10/2006 – Resultado final das provas objetivas e convocação para a avaliação de títulos: Diário Oficial do Distrito Federal, Internet — [www.cespe.unb.br/concursos/sgaprof2006](http://www.cespe.unb.br/concursos/sgaprof2006) e quadros de avisos do CESPE/UnB.
- IV 16 e 20/10/2006 – Entrega da documentação para avaliação de títulos: em locais e horários que serão informados na divulgação do resultado final das provas objetivas.

#### OBSERVAÇÕES

- Não serão objeto de conhecimento recursos em desacordo com o item 10 do Edital n.º 1/2006 – SGA/SEE, de 8/6/2006.
- Informações adicionais: telefone (0XX) 61 3440-0100; Internet — [www.cespe.unb.br/concursos/sgaprof2006](http://www.cespe.unb.br/concursos/sgaprof2006).
- É permitida a reprodução deste material apenas para fins didáticos, desde que citada a fonte.

**CESPEUnB**  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

De acordo com o comando a que cada um dos itens de 1 a 120 se refira, marque, na **folha de respostas**, para cada item: o campo designado com o código **C**, caso julgue o item **CERTO**; ou o campo designado com o código **E**, caso julgue o item **ERRADO**. A ausência de marcação ou a marcação de ambos os campos não serão apenadas, ou seja, não receberão pontuação negativa. Para as devidas marcações, use a **folha de respostas**, único documento válido para a correção das suas provas.

## CONHECIMENTOS BÁSICOS

1            Ensinar é tarefa complexa e, para exercê-la, é  
preciso que se tenha conhecimento e habilidade para  
compartilhá-lo de maneira positiva, fazendo com que os  
4 alunos possam aprender. Aprender significa adquirir  
propriedade sobre conceitos, de maneira contextualizada,  
estabelecendo relações e construindo autonomia, de forma  
7 a habilitar-se para a busca, a aquisição e o uso de novos  
conhecimentos ao longo de toda a vida. Para os professores,  
acessar conteúdos em um mundo onde a geração e a  
10 circulação do conhecimento são intensas implica um  
contínuo contato com conceitos e a constante possibilidade  
de reflexão sobre a prática, para que possam construir e  
13 utilizar dinâmicas que favoreçam o aprendizado, além de  
saber identificar dificuldades e promover inserções que  
ajudem os alunos a superar desafios. Daí a importância de  
16 uma boa formação, não só inicial, como também continuada,  
que pode disponibilizar essas oportunidades aos professores.

Guilherme Peirão Leal. **Formação de professores**. Internet:  
<[www.reescrevendoaeducacao.com.br](http://www.reescrevendoaeducacao.com.br)> (com adaptações).

Julgue os seguintes itens, acerca do texto acima apresentado.

- 1 Trata-se de texto subjetivo em que o autor coloca suas impressões pessoais a respeito do tema, explicitando sua presença no texto por meio de pronomes pessoais.
- 2 Pelos sentidos do texto, em “compartilhá-lo” (ℓ.3) o pronome “-lo” refere-se a “conhecimento” (ℓ.2).
- 3 O conceito de “aprender” (ℓ.4), no texto, envolve a habilidade de construir estratégias para continuar buscando o conhecimento para além do processo educacional escolar.
- 4 Sem prejuízo para a correção gramatical do período, o pronome relativo “onde” (ℓ.9) pode ser substituído por **em que** ou **no qual**.
- 5 A expressão “para que” (ℓ.12) estabelece uma relação de causa entre as idéias do segmento em que ocorre.
- 6 Pelas informações do texto, o termo “Daí” (ℓ.15) corresponde semanticamente à expressão **Desde então** e pode, sem alteração do sentido original, ser por ela substituído.
- 7 Na linha 17, o emprego de preposição em “aos professores” decorre de exigência da forma verbal “disponibilizar”.

1            Além da habilidade em lidar com a complexa  
equação que envolve o processo ensino-aprendizagem de  
conteúdos e a construção do conhecimento, desempenhar  
4 positivamente a função de professor pressupõe  
comprometimento e envolvimento com a tarefa de ensinar e  
com seus alunos. Essas facetas implicam lidar com aspectos  
7 que permeiam as relações entre as pessoas — empatia,  
simpatia, desconsideração, estima, desconfiança, confiança,  
autoridade, desrespeito, respeito, crenças e valores, entre  
10 outros que apenas quem vive o cotidiano da sala de aula  
pode com propriedade relatar.

Identificar e atrair profissionais com vocação e  
conhecimento necessários ao bom desempenho da tarefa  
do professor exige comprometimento de todo o setor  
educacional, considerando a valorização da profissão, as  
13 condições de trabalho, a qualidade de vida e uma  
remuneração que corresponda à importância da função. Além  
disso, para reter e desenvolver bons profissionais, é preciso  
16 estimulá-los, dar-lhes condições de aperfeiçoamento, avaliá-  
los e premiá-los por desempenho. Nesse sentido, a avaliação  
deve ser continuada, e seus resultados, utilizados como apoio  
19 ao desenvolvimento profissional e não como fator de  
constrangimento.

*Idem, ibidem.*

Julgue os itens a seguir quanto aos sentidos e às estruturas lingüísticas do texto acima.

- 8 Na linha 7, o travessão pode ser substituído por sinal de dois-pontos sem prejuízo para a correção gramatical do período.
- 9 Em lugar do trecho “que apenas (...) relatar” (ℓ.10-11), estaria gramaticalmente correta e de acordo com as idéias originais a seguinte estrutura: que apenas pode com propriedade relatar quem vive o cotidiano da sala de aula.
- 10 As vírgulas após “profissão” (ℓ.15) e após “trabalho” (ℓ.16) justificam-se por isolar aposto explicativo.
- 11 Na linha 17, o emprego do sinal indicativo de crase em “à importância” justifica-se pela regência de “remuneração” e pela presença de artigo definido feminino singular.
- 12 Nas linhas 19 e 20, a grafia das formas verbais “estimulá-los”, “avaliá-los” e “premiá-los” justifica-se porque, na ênclise de verbos terminados em “vogal a+r”, suprime-se o “r” e acentua-se o “a”, o pronome toma a letra “l” e une-se à forma verbal por um hífen.
- 13 Infere-se das informações do texto que a avaliação de professores nunca oferece o risco de se transformar em um instrumento de constrangimento.
- 14 Em “dar-lhes” (ℓ.19), o emprego da forma pronominal “-lhes”, que se refere a “profissionais” (ℓ.18), justifica-se pela regência transitiva indireta do verbo “dar”.

1 É preciso reconhecer que a promoção do  
alfabetismo não é tarefa só da escola. Os países que já  
conseguiram garantir o acesso universal à educação básica  
4 estão conscientes de que é necessário também que os jovens  
e adultos encontrem, depois da escolarização, oportunidades  
e estímulos para continuar aprendendo e desenvolvendo as  
7 suas habilidades. Os programas de dinamização de  
bibliotecas e inclusão digital são fundamentais e devem ser  
levados a sério pelas políticas públicas. Para a população  
10 empregada, o próprio local de trabalho pode ser  
potencializado como espaço de aprendizagem e, nesse caso,  
os empresários têm uma participação importante nos  
13 compromissos a serem assumidos. As empresas podem  
oferecer e incentivar o uso de acervos de jornais, revistas e  
livros, assim como de terminais de acesso à Internet para  
16 fins de pesquisa, além de ampliar as oportunidades de  
participação em programas educativos relacionados ao  
desenvolvimento pessoal e profissional dos trabalhadores,  
19 dando especial atenção aos que têm menor qualificação e  
necessitam de mais apoio para superar a exclusão cultural.

Vera Masagão Ribeiro. *Analfabetismo e alfabetismo funcional  
no Brasil*. Internet: <[www.reescrevendoaeducacao.com.br](http://www.reescrevendoaeducacao.com.br)>.

Considerando o texto acima, julgue os itens que se seguem.

- 15 A oração “que já conseguiram garantir o acesso universal à educação básica” (l.2-3) não se apresenta entre vírgulas por tratar-se de subordinada adjetiva restritiva, sendo, portanto, indispensável à compreensão do enunciado.
- 16 Os jovens e adultos prescindem de oportunidades de desenvolvimento de suas habilidades após completado o processo de escolarização.
- 17 Pelos sentidos do texto, o termo “potencializado” (l.11) está sendo empregado com o sentido de incrementado, intensificado.
- 18 O desenvolvimento do texto arrola exemplos e situações que discordam da informação apresentada no primeiro período e a enfraquecem.
- 19 Pelos sentidos e pelas estruturas do texto, pode-se afirmar que se trata de texto de teor narrativo, pertencente ao gênero relato de experiências.
- 20 A forma verbal “têm” (l.19) está empregada no plural para estabelecer concordância com a expressão antecedente “programas educativos” (l.17).

O fenômeno educativo é explicado por diversas acepções teóricas que analisam da relação educação-sociedade às práticas *endoescolares*. Com relação às diversas correntes teórico-metodológicas da educação, julgue os itens a seguir.

- 21 A Escola Nova considera a educação um importante fator de democratização, sendo o principal elemento redutor da desigualdade social.

- 22 A corrente reprodutivista está embasada no aporte liberal e considera a escola um aparelho ideológico do Estado.
- 23 Para os reprodutivistas, a função social da educação e da escola é a reprodução da ideologia dominante.
- 24 Gramsci é um marxista que concebe uma visão dialética à educação e à escola, pois, ao mesmo tempo que as considera aparelhos ideológicos do Estado, enfatiza que elas fornecem os instrumentais cognitivos e culturais necessários à superação da dominação de classe.
- 25 Segundo os reprodutivistas-marxistas Bourdieu e Passeron, a educação e a escola difundem a contracultura em sua função de manter as estruturas sociais.

A fixação, um complemento essencial da aprendizagem, não tem merecido, nas práticas escolares, a atenção que lhe é devida. Com relação a esse aspecto didático, julgue os seguintes itens.

- 26 O trabalho de fixação deve ser realizado na aula seguinte à expositiva, por meio de exercícios propostos.
- 27 Argüição, quadros sinóticos, sínteses, exercícios, seminários e debates são técnicas de fixação de aprendizagem.
- 28 A técnica de fixação de aprendizagem denominada quadro sinótico possibilita ao aluno pesquisar o essencial do tema desenvolvido em aula.
- 29 A elaboração de um quadro sinótico pelos alunos possibilita o desenvolvimento dos raciocínios dedutivo, indutivo e analógico.
- 30 A aula expositiva que se destina à recapitulação de um tema dado é um tipo de fixação de aprendizagem, assim como as sínteses desenvolvidas ao final de cada aula.

Objetivos e avaliação são fases do planejamento escolar. Julgue os itens subseqüentes, considerando a relação entre esses três temas.

- 31 Cada objetivo proposto deve ser avaliado isoladamente, de forma a aferir se cada educando alcançou esse objetivo.
- 32 As provas e os testes escritos são instrumentos de avaliação muito utilizados e devem ser elaborados a partir de objetivos previamente determinados. Esses objetivos podem ser: prognóstico, inventário de rendimentos ou diagnóstico.
- 33 Em qualquer tipo de planejamento, o estabelecimento dos objetivos requer o conhecimento da realidade escolar *a priori*.

**34** Em um planejamento escolar, o estabelecimento dos objetivos é um ato político, já que é um ato decisório. Nesse sentido, a escolha do referido objetivo deve-se dar da forma mais consciente possível, sempre embasada e restrita às experiências anteriores dos segmentos envolvidos no processo educativo.

**35** O estabelecimento de objetivos, em um planejamento educacional, deve estar alicerçado em uma única filosofia. Entretanto, quando se trata de estabelecer as técnicas avaliativas, pode-se fundamentá-las em diversas filosofias, de modo a possibilitar variedade de avaliações.

A respeito da aplicação da Lei n.º 8.112/1990 no Distrito Federal (DF), julgue os itens subseqüentes.

**36** A referida lei é aplicada aos servidores públicos do DF por força de lei local, que expressamente fez tal previsão.

**37** Qualquer modificação realizada nessa lei pelo Poder Legislativo federal aplica-se automaticamente aos servidores do DF.

**38** A aplicação da Lei n.º 8.112/1990 no DF significa uma violação à autonomia legislativa local.

Ana, servidora estável do DF, foi submetida a processo administrativo disciplinar, em que se concluiu pela sua demissão. Ana perdeu o cargo público, mas, irresignada, ajuizou ação junto ao Poder Judiciário com pedido de reintegração.

Considerando a situação hipotética descrita acima e conforme a Lei Orgânica do DF, julgue os itens a seguir.

**39** Se a decisão administrativa que demitiu Ana for invalidada por sentença judicial, a servidora será reintegrada ao cargo, mas não terá os direitos e vantagens que eventualmente lhe fossem devidos desde a sua demissão.

**40** Se o cargo ocupado por Ana tiver sido extinto durante o período em que a servidora ficou fora do serviço público, ao ser reintegrada em razão da determinação judicial, Ana ficará em disponibilidade sem remuneração até o seu adequado aproveitamento em outro cargo.

Acerca da educação no DF, julgue os itens que se seguem.

**41** O Poder Executivo deve assegurar a gestão democrática do ensino público mediante a participação de todos os segmentos envolvidos no processo educacional e na definição, implementação e avaliação de sua política.

**42** O acesso a instalações esportivas das escolas da rede pública do DF é vedado à comunidade, visto que tais instalações são reservadas à prática de esportes sob orientação de professores de educação física.

**43** Nas escolas públicas de ensino fundamental e médio, o ensino religioso é disciplina que deve ser ministrada em horários regulares, embora sua matrícula seja facultativa, enquanto a educação física e a educação artística são disciplinas curriculares obrigatórias.

Júlia, com 5 anos de idade, é uma criança com deficiência, que foi levada por sua mãe, para ser matriculada e atendida, a uma creche do DF que não oferece serviços especializados de educação e reabilitação.

Julgue os próximos itens a partir da situação hipotética apresentada e de acordo com a Lei Orgânica do DF.

**44** Júlia não poderá ser matriculada em creche comum, pois necessita de assistência especializada.

**45** Júlia tem direito a serviços de reabilitação, além de serviços de educação.

**46** Durante a pré-escola e durante as quatro primeiras séries do ensino fundamental, Júlia tem direito de ser atendida por profissional do magistério especializado, inclusive com formação para atuar na educação de pessoas com deficiência e superdotados.

Quanto a ética no serviço público, julgue os itens que se seguem.

**47** No serviço público, a atitude ética está vinculada à fixação de um padrão de conduta esperado do servidor público, a partir do qual pode-se julgar a atuação do servidor ou a de pessoas envolvidas na vida pública.

**48** A ética no serviço público deve estar sempre diretamente relacionada aos princípios, aos direitos, às garantias fundamentais e às regras constitucionais da administração pública.

**49** Na administração pública, mecanismos de controle interno e externo, de responsabilização disciplinar e de adequada capacitação profissional e funcional são fatores que não influenciam os padrões éticos dos servidores públicos.

**50** Os padrões éticos dos servidores públicos devem ter por base o caráter público da função e a sua relação com o público, usuário ou não do serviço.

## CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

Um professor propôs o seguinte problema para seus alunos.

RASCUNHO

Uma fábrica de sucos deseja envasar seus produtos em garrafas de dois formatos diferentes — I e II. Os formatos das garrafas I e II são obtidos girando-se as poligonais ABCDE e FGHIJKLMN em torno das retas  $r_1$  e  $r_2$ , perpendiculares aos segmentos DE e MN, respectivamente, conforme ilustrado nas figuras I e II a seguir.

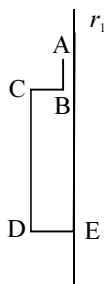


Figura I

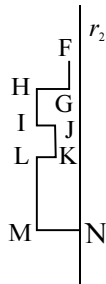


Figura II

Sabendo-se que  $HI = JK = 5$  cm,  $LM = 10$  cm;  $CD = 20$  cm;  $MN = DE = 4$  cm;  $AB = FG$ ;  $HG = CB$  e  $IJ = LK = 2$  cm e que todos os ângulos são retos, que alterações podem ser feitas na garrafa I para que as duas garrafas armazenem a mesma quantidade de suco?

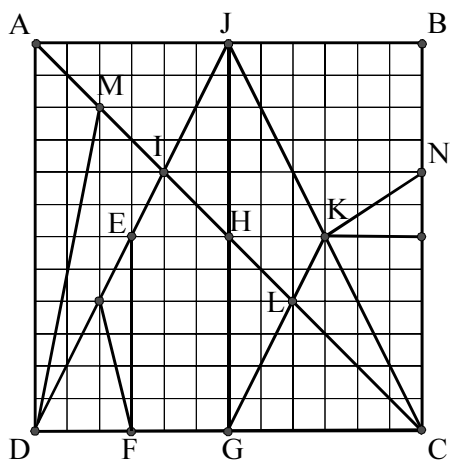
Três alunos apresentaram as seguintes sugestões.

- aluno A: diminuir a altura CD em 18,75%;
- aluno B: diminuir o raio DE em 25%;
- aluno C: diminuir o raio DE em 10% e aumentar a altura CD em 10%.

A respeito dessas garrafas e das sugestões dos alunos, julgue os itens a seguir.

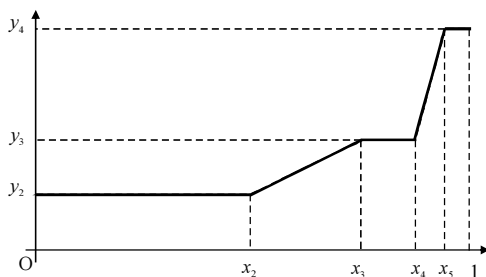
- 51 A garrafa construída aplicando-se a sugestão do aluno A tem o mesmo volume da garrafa II.
- 52 A razão entre o volume da garrafa I construída com base na sugestão do aluno B e o volume da garrafa II é igual a 13.
- 53 A garrafa I construída com base na sugestão do aluno C tem o mesmo volume da garrafa I original.

A invenção do *Stomachion*, um dos mais antigos quebra-cabeças geométricos que se conhece, é atribuída ao matemático grego Arquimedes, que provavelmente fez um estudo bastante completo do quebra-cabeça. O *Stomachion* é constituído por um conjunto de 14 peças planas de várias formas poligonais que podem unir-se de modo a formar um quadrado. A figura a seguir mostra a construção das peças de um *Stomachion* sobre um quadrado quadriculado de lado igual a 12 unidades.



Com base na figura acima, que ilustra um *Stomachion*, julgue os itens seguintes.

- 54 Há exatamente 5 peças do quebra-cabeça que têm área igual  $\frac{1}{12}$  da área do quadrado ABCD.
- 55 O perímetro da peça EFGHI é menor do que o da peça JKNB.
- 56 Os segmentos DJ e GK são paralelos.
- 57 As peças HLG e KLC têm áreas iguais.



A figura acima, formada por segmentos de retas, é o gráfico de uma função  $y = f(x)$ , definida no intervalo  $[0, 1]$  e que satisfaz às seguintes propriedades:

- os pontos  $x_1, x_2, \dots, x_6$ , do intervalo  $[0, 1]$ , são tais que  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = \frac{1}{2}$ ;  $\frac{x_{k-1} + 1}{x_k} = 2$ , para  $k = 3, 4, 5$ ; e  $x_6 = 1$ ;
- $y_1 = 0$ ;  $y_j = 2^{j-2}$ , para  $j = 2, 3$  e  $4$ .

Com referência a essa função, julgue os itens que se seguem.

- 58  $\int_0^1 f(x) dx < \frac{7}{4}$ .
- 59 Se  $k = 4$  e  $x$  é um ponto do intervalo  $(x_k, x_{k+1})$ , então a derivada  $f'(x) = 2^{k+1}$ .
- 60 A função  $f$  é contínua, derivável e integrável em todo o intervalo  $[0, 1]$ .

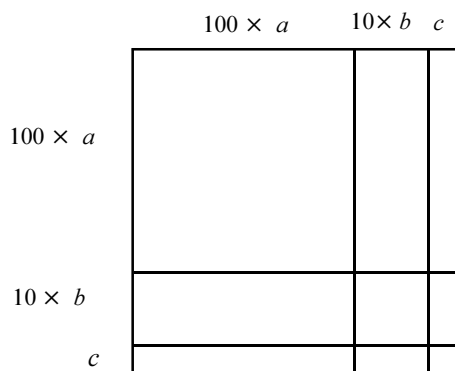
Considere a seguinte construção geométrica.

- I desenhar um círculo  $\gamma$  de centro O e raio  $r$ ;
- II escolher dois pontos S e T sobre  $\gamma$  de modo que o segmento ST não seja diâmetro de  $\gamma$ ;
- III traçar a reta tangente a  $\gamma$ , no ponto S;
- IV traçar a reta tangente a  $\gamma$ , no ponto T;
- V traçar o segmento OQ, sendo Q o ponto de interseção das retas tangentes construídas em III e IV;
- VI o segmento OQ intercepta a corda ST no ponto P.

Com referência a essa construção, julgue os itens subseqüentes.

- 61 Os ângulos SOT e SQT são complementares.
- 62 A área do retângulo cujos comprimentos dos lados são iguais aos comprimentos dos segmentos OP e PQ é igual à área do quadrado cujo comprimento do lado é igual ao comprimento do segmento SP.
- 63 Existe algum número natural N tal que, independentemente da posição de S sobre  $\gamma$ , o comprimento  $SQ < N$ .
- 64 Independentemente das posições de S e T sobre  $\gamma$ , se  $\alpha$  é a medida do ângulo SQO, então o comprimento da corda ST é igual a  $2rsen\alpha$ .

Na história da matemática chinesa, existe evidência de um algoritmo para se calcular a raiz quadrada de um número real positivo. A descrição do procedimento, em palavras, está contida no capítulo 4 do *Jiuzhang*. Especialistas em matemática chinesa chegaram à conclusão de que o autor tinha o diagrama seguinte em mente.



Uma tradução, para a linguagem atual, do procedimento chinês para se calcular  $\sqrt{55.225}$  é apresentada a seguir.

- I encontre o maior algarismo  $a$  tal que  $[100 \times a]^2 < 55.225$ ;
- II encontre o maior algarismo  $b$  tal que  $55.225 - [100 \times a]^2 > 2 \times 100 \times a \times 10 \times b$ ;
- III encontre o maior algarismo  $c$  tal que  $55.225 - \{[100 \times a]^2 + 2 \times 100 \times a \times 10 \times b + [10 \times b]^2\} < 2 \times [100 \times a + 10 \times b] \times c$ .

Com base no diagrama e na descrição do algoritmo chinês, julgue os seguintes itens.

- 65 Os algarismos  $a$ ,  $b$  e  $c$  obtidos do procedimento descrito são tais que  $\sqrt{55.225} = 100 \times a + 10 \times b + c$ .
- 66 O procedimento chinês permite calcular  $\sqrt{N}$  se, e somente se, o número natural N for um quadrado perfeito.
- 67 O procedimento chinês é baseado na fórmula  $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ .
- 68 Aplicando-se o procedimento chinês para calcular  $\sqrt{14.500}$ , os algarismos  $a$  e  $b$  obtidos são tais que  $a \times b = 2$ .

Encerrado o plantio de mudas de árvores nos canteiros do estacionamento de uma escola, os estudantes levantaram a seguinte questão: Quantos anos serão necessários para que as árvores plantadas atinjam alturas suficientes para fazerem sombras para os carros estacionados?

O professor de matemática sugeriu uma pesquisa no sentido de ser verificada a existência de modelo matemático que pudesse responder à questão.

Encontraram-se as seguintes informações:

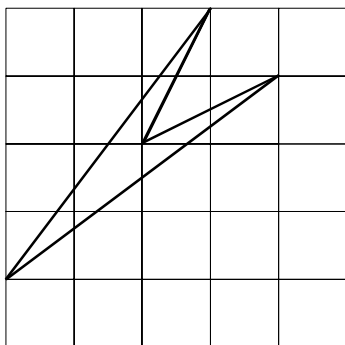
Um modelo logístico para o crescimento de uma árvore é dado pela função  $y = \frac{32}{1 + e^{-kt}}$ , em que  $k$  é uma constante,  $t$  é o tempo, expresso em anos, e  $y$  é a altura da árvore, em decímetros.

Julgue os itens a seguir, a respeito desse modelo.

- 69** Quando a árvore foi plantada a sua altura era igual a 16 dm.  
**70** Existe um instante  $t_0$  a partir do qual a altura da árvore será superior a 32 dm.  
**71** Infere-se do modelo que a árvore atingirá sua altura máxima em um instante  $t_2$ .  
**72** O gráfico da função que descreve o modelo tem concavidade sempre voltada para cima.

Problemas matemáticos podem ser usados tanto para aprimorar habilidades de cálculo dos alunos como na aplicação dos conceitos adquiridos a situações reais. Também são úteis no desenvolvimento de processos essenciais de investigação e descoberta. Muitos artigos e livros já foram escritos mostrando como o geoplano pode auxiliar no ensino-aprendizagem da geometria e de conceitos algébricos de modo informal nos ensinos médio e fundamental.

A figura seguinte representa a parte superior de um geoplano e os únicos pontos que podem ser vértices de um polígono construído sobre ele. Considere o lado do quadrado da malha como unidade de comprimento e sua área, como unidade de área.

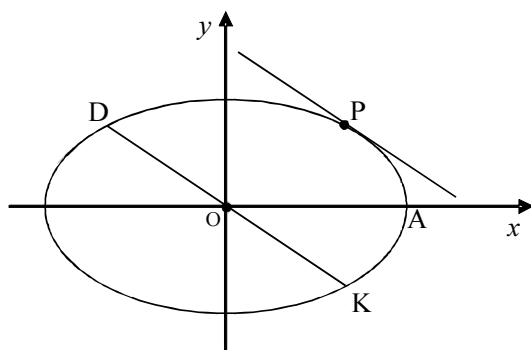


Com base nessas informações, julgue os próximos itens.

- 73** É possível construir, no geoplano, polígonos cujo perímetro seja igual a  $1 + \sqrt{2}$ .  
**74** É possível construir, no geoplano, polígonos não-convexos cujo semi-perímetro seja igual a  $1 + \sqrt{2} + \sqrt{5}$  tenham um eixo de simetria.  
**75** O polígono construído no geoplano da figura acima tem área igual a 2 e perímetro igual a  $10 + 2\sqrt{5}$ .



Considere a elipse de equação  $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ , definida em um sistema de coordenadas cartesianas  $xOy$ . Seja  $P = (x_0, y_0)$  um ponto sobre a elipse e  $KD$  o diâmetro da elipse paralelo à tangente à elipse em  $P$ .



Com relação a essa elipse, julgue os itens a seguir.

- 76 Se  $\alpha$  é o ângulo POA, então  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{b(a - x_0)}{ax_0}$ .
- 77 Se  $\beta$  é o ângulo DOA, então  $\operatorname{tg} \beta = -\frac{b}{a} \times \frac{x_0}{\sqrt{a^2 - x_0^2}}$ .
- 78 A condição necessária e suficiente para que os segmentos OP e KD sejam perpendiculares, independentemente da escolha de P sobre a elipse, é  $a = b$ .

O problema proposto por um professor consistia em identificar a curva cuja equação é  $x^2 - 4y^2 - 4x - 24y - 36 = 0$ . Um aluno apresentou a seguinte solução:

$$x^2 - 4y^2 - 4x - 24y - 36 = 0$$

$$(x^2 - 4x) - 4(y^2 + 6y + 9) = 0$$

$$(x - 2)^2 - 4(y + 3)^2 + 4 = 0$$

$$(x - 2)^2 - 4(y + 3)^2 = -4$$

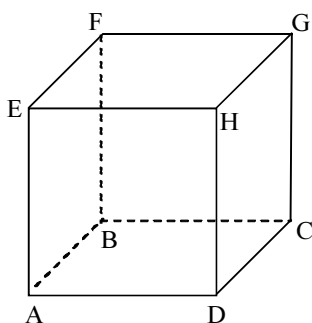
$$\frac{(x - 2)^2}{-4} + (y + 3)^2 = 1$$

Conclusão apresentada pelo aluno: a curva é uma hipérbole cujo centro é o ponto de coordenadas (2, 3); os eixos de simetria são as retas  $x = 2$  e  $y = 3$  e o eixo maior é paralelo ao eixo Ox.

Julgue os itens subseqüentes a partir da produção do aluno.

- 79 O aluno identificou corretamente que as soluções de uma equação da forma  $\frac{(y - y_0)^2}{b^2} - \frac{(x - x_0)^2}{a^2} = 1$  são pontos sobre uma hipérbole.
- 80 O aluno aplicou corretamente a técnica de completar quadrados.
- 81 O aluno identificou corretamente as coordenadas do centro da curva apresentada no problema.
- 82 O aluno identificou corretamente os eixos de simetria da curva representada pela equação dada.
- 83 O aluno errou ao identificar o eixo maior de uma curva expressa por  $\frac{(y - y_0)^2}{b^2} - \frac{(x - x_0)^2}{a^2} = 1$ .

Um objeto de decoração foi construído a partir do cubo ABCDEFGH ilustrado na figura a seguir, de madeira, sólido, de aresta igual a 1 m, retirando-se um cone circular reto cuja base é o círculo inscrito na face ABFE e o vértice é o centro da base DCGH.



Acerca desse objeto, julgue os itens que se seguem.

- 84 O volume desse objeto é igual a  $\frac{12-\pi}{12}$  m<sup>3</sup>.
- 85 A área da superfície da peça construída é igual a  $[6 - \frac{1-\sqrt{5}}{4}\pi]$  m<sup>2</sup>.

Mais de 30 bilhões de telespectadores, cumulativamente, assistiram aos jogos da Copa do Mundo de futebol, de 2006. Para se ter uma dimensão do evento, 63 milhões de telespectadores assistiram ao jogo entre Inglaterra e Paraguai, número superior à população dos dois países juntos. Considerando esses fatos e definindo  $M = 30$  bilhões, julgue os itens seguintes.

- 86 A audiência cumulativa da Copa de 2006 foi superior a  $3^{21}$  telespectadores.
- 87 Considerando que a população da Terra é de aproximadamente 6 bilhões de pessoas, infere-se das informações acima que cada habitante da Terra assistiu a pelo menos um jogo da Copa de 2006.
- 88 Considerando que a população do Paraguai é igual 11% da população da Inglaterra, conclui-se que a população da Inglaterra é inferior a 57 milhões.
- 89 Existem menos de 230 números naturais  $n$  tais que  $\frac{M}{n}$  é também um número natural.
- 90 Considerando-se que  $N$  seja um número natural e que o máximo divisor comum (mdc) entre  $M$  e  $N$  seja um número primo, então  $\frac{N}{15}$  é também um número natural.
- 91 Considerando-se que  $m$  seja um número natural e que o mínimo múltiplo comum (mmc) entre  $M$  e  $m$  é igual a 90 bilhões, então conclui-se que, na fatoração do número  $m$ , o número primo 3 aparece com expoente igual a 2.

Considere que a Copa do Mundo de futebol de 2010, que será realizada na África do Sul, siga o mesmo modelo da última Copa, com a participação de seleções de 32 países, sendo: 14 da Europa, 5 da África, 4 da Ásia, 8 das Américas e uma da Oceania. Considere também que essas 32 seleções serão distribuídas, por sorteio, em 8 grupos identificados pelas primeiras oito letras do alfabeto, que cada grupo será composto pelo mesmo número de seleções e que, além disso, todas as seleções terão as mesmas chances de serem escolhidas nesse sorteio. Com referência a essa situação, e sabendo que o primeiro grupo formado é o A, depois o grupo B e assim sucessivamente, julgue os seguintes itens.

- 92** A chance de o grupo A ser formado por uma seleção da Europa, uma da África, uma da Ásia e uma das Américas é inferior a 5%.
- 93** Existem  $31 \times 29 \times 10 \times 4$  maneiras distintas de se formar o grupo A.
- 94** A probabilidade de uma seleção não sorteada para integrar o grupo A ser sorteada para integrar o grupo B é inferior a  $\frac{1}{20}$ .
- 95** A probabilidade de uma seleção européia integrar o grupo D, sabendo-se que quatro seleções européias já foram sorteadas para integrar os grupos anteriores, é igual a  $\frac{1}{2}$ .
- 96** A probabilidade de o grupo A ser formado por quatro seleções européias é inferior a  $\left(\frac{11}{32}\right)^4$ .

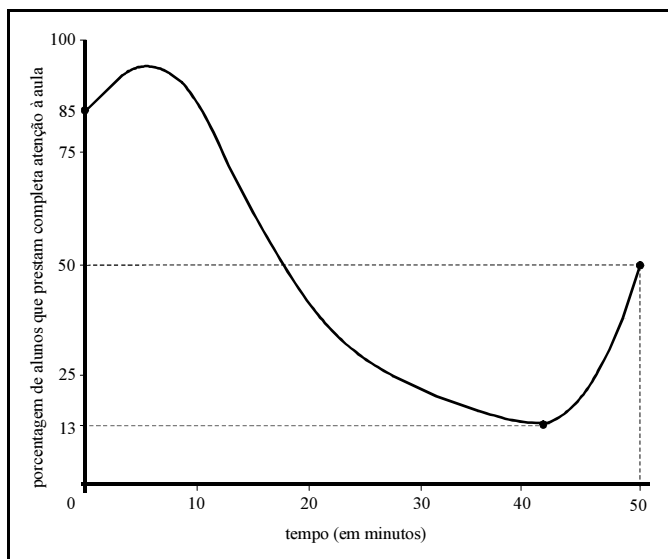
Considere que, em determinado ano, foram matriculados na pré-escola, no ensino fundamental e no ensino médio 50 milhões de crianças e jovens brasileiros. Sabe-se que o número de crianças matriculadas na pré-escola é igual a  $\frac{1}{6}$  do número de matrículas

no ensino fundamental. Considere, ainda, que o número de matrículas nas últimas quatro séries do ensino fundamental adicionado ao número de matrículas do ensino médio é igual ao número total de matrículas nas quatro séries iniciais do ensino fundamental e que o número de matrículas na pré-escola adicionado ao número de matrículas do ensino médio é igual ao número de matrículas nas últimas quatro séries do ensino fundamental. Nessa situação, é correto afirmar que, nesse determinado ano, o número de matrículas realizadas

- 97** na pré-escola foi superior a 5 milhões.
- 98** no ensino médio foi inferior a 9 milhões.
- 99** no ensino fundamental foi superior a 30 milhões.
- 100** nas quatro séries iniciais do ensino fundamental foi inferior a 20 milhões.

Texto para os itens de 101 a 113

RASCUNHO



Um dos maiores desafios do professor em sala de aula é prender a atenção dos alunos naquilo que está sendo apresentado. Vários estudos têm sido desenvolvidos acerca desse assunto. Considere que o gráfico acima representa o resultado de um desses estudos, e corresponde ao gráfico da função  $F : [0, 50] \rightarrow [0, 100]$ .

Julgue os itens seguintes, com relação ao gráfico apresentado.

- 101 A função  $F$  é injetiva.
- 102 A função  $F$  é sobrejetiva.
- 103 O gráfico da função  $g(x) = 90 - x$  intercepta o gráfico de  $F$  em pelo menos três pontos distintos.
- 104 O  $\lim_{x \rightarrow 30} F(x)$  existe e é inferior a 13.
- 105 Considerando apenas o gráfico, infere-se que a função  $F$  é contínua em todos os pontos do seu domínio.

Considere agora que a função  $F$  seja derivável em todos os pontos do interior do seu domínio e que a função derivada,  $\frac{dF}{dx} = F'$ , também seja derivável em  $(0, 50)$ . Julgue os itens que se seguem, a respeito das derivadas de  $F$ .

- 106 A equação  $\frac{dF}{dx}(x) = 0$  tem pelo menos duas soluções distintas no intervalo  $(0, 50)$ .
- 107 A equação  $\frac{d^2F}{dx^2}(x) = 0$  tem solução no intervalo  $(0, 50)$ .
- 108 No intervalo  $(10, 40)$  a função  $\frac{dF}{dx}$  é sempre positiva.
- 109 Considerando que seja possível integrar a função  $F$  em todo intervalo  $[0, 50]$ , então  $\int_0^{50} F(x) dx < 4.350$ .

Considerando, ainda, que a função  $F$  definida no texto seja uma função polinomial de grau  $m > 3$ , julgue os próximos itens.

110 O polinômio  $F(x)$  não tem raízes no intervalo  $[0, 50]$ .

111 É correto afirmar que  $\frac{d^{m+1}F}{dx^{m+1}}(30) > 1$ .

112 Se  $r_1, r_2, \dots, r_m$  são todas as  $m$  raízes, reais e complexas, de  $F(x)$ , não necessariamente distintas, então tem-se que  $r_1 + \dots + r_m = \frac{dF}{dx}(0)$ .

113 O grau do polinômio  $H(x) = \frac{dF}{dx}(x) + \frac{d^2F}{dx^2}(x) + \dots + \frac{d^m F}{dx^m}(x)$  é menor que  $m$ .

Mesmo com todas as técnicas pedagógicas disponíveis, a experiência do professor em sala de aula é fundamental. Considere que a relação entre experiência do professor e o aproveitamento dos alunos em sala de aula possa ser modelada

por uma função do tipo  $N(t) = 100 - 50e^{-\frac{t}{20}}$ , em que  $N(t)$  é a porcentagem da aula que foi aproveitada pela classe, e  $t$ , medido em anos, é o tempo de experiência do professor. Com base nessas informações e considerando  $\frac{1}{e} = 0,37$ , julgue os itens que se seguem.

114 De acordo com o modelo, o aproveitamento dos alunos sob a orientação de um professor recém-formado, ainda sem experiência, é igual a 50%.

115 O aproveitamento dos alunos sob a orientação de um professor com 20 anos de experiência é superior a 80%.

116 Escrevendo-se  $N(t) = y$  e com base no modelo apresentado, é possível obter-se uma nova expressão para o modelo em que o tempo  $t$  pode ser expresso por uma função de  $y$ , de acordo com a relação  $t = \ln\left(\frac{50}{100-y}\right)^{20}$ .

117 A derivada de  $N(t)$  é igual a  $\frac{dN}{dt}(t) = \frac{5}{2}e^{-\frac{t}{20}}$ .

118 A segunda derivada de  $N(t)$  se anula em um ponto do interior do intervalo  $[0, 35]$ , ou seja, no ponto de inflexão da função  $N(t)$ .

119 No plano  $xOy$ , a área da região limitada pelo gráfico da função  $N(t)$ , pelo eixo  $Ox$  e pelas retas verticais  $x = 0$  e  $x = 35$ , é superior a 2.500 unidades de área.

120 Considerando-se a função  $A(x) = \int_0^x [100 - 50e^{-\frac{t}{20}}] dt$ , definida

no intervalo  $[0, 35]$ , é correto afirmar que essa função é derivável em todos os pontos do interior desse intervalo e

que a sua derivada é expressa por  $\frac{dA}{dx}(x) = \frac{5}{2}e^{-\frac{x}{20}}$ .

